Productos notables

Sabemos que se llama **producto** al resultado de una multiplicación. También sabemos que los valores que se multiplican se llaman **factores**.

Se llama **productos notables** a ciertas **expresiones algebraicas** que se encuentran frecuentemente y que es preciso saber **factorizarlas** a simple vista; es decir, sin necesidad de hacerlo paso por paso.

Se les llama **productos notables** (también **productos especiales**) precisamente porque son muy utilizados en los ejercicios.

A continuación veremos algunas **expresiones algebraicas** y del lado derecho de la igualdad se muestra la forma de factorizarlas (mostrada como un **producto notable**).

Cuadrado de la suma de dos cantidades o binomio cuadrado

$$\boxed{\mathbf{a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2}}$$

El cuadrado de la suma de dos cantidades es igual al cuadrado de la primera cantidad, más el doble de la primera cantidad multiplicada por la segunda, más el cuadrado de la segunda cantidad.

Demostración:

$$\mathbf{(a+b)^2} = (a + b)\,(a + b) = \overset{1}{a^2} + \overset{2}{ab} + \overset{3}{ab} + \overset{4}{b^2}$$

$$= \mathbf{a^2 + 2ab + b^2}$$

Entonces, para entender de lo que hablamos, cuando nos encontramos con una expresión de la forma $\mathbf{a^2 + 2ab + b^2}$ debemos identificarla de inmediato y saber que podemos **factorizarla** como $\mathbf{(a + b)^2}$

Nota:

Se recomienda volver al tema factorización para reforzar su comprensión.

Cuadrado de la diferencia de dos cantidades

$$\boxed{\mathbf{a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2}}$$

El cuadrado de la diferencia de dos cantidades es igual al cuadrado de la primera cantidad, menos el doble de la primera cantidad multiplicada por la segunda, más el cuadrado de la segunda cantidad.

Demostración:

$$(a-b)^2 = (a-b)\ (a-b) = a^2 + b^2 - ab - ab = a^2 + b^2 - 2ab = a^2 - 2ab + b^2$$

Entonces, para entender de lo que hablamos, cuando nos encontramos con una expresión de la forma $\mathbf{a^2 - 2ab + b^2}$ debemos identificarla de inmediato y saber que podemos **factorizarla** como $\mathbf{(a - b)^2}$

Producto de la suma por la diferencia de dos cantidades (o producto de dos binomios conjugados)

$$\boxed{\mathbf{(a + b)\ (a - b) = a^2 - b^2}}$$

El producto de la suma por la diferencia de dos cantidades es igual al cuadrado de la primera cantidad, menos el cuadrado de la segunda

Demostración:

$$(a + b)\ (a - b) = \overset{1}{a^2} + \overset{2}{ab} - \overset{3}{ab} + \overset{4}{b^2}$$

$$= a^2 - b^2$$

Entonces, para entender de lo que hablamos, cuando nos encontramos con una expresión de la forma **(a + b) (a – b)** debemos identificarla de inmediato y saber que podemos **factorizarla** como $\mathbf{a^2 - b^2}$

Otros casos de productos notables (o especiales):

Producto de dos binomios con un término común, de la forma

$$\boxed{\mathbf{x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)\,(x + b)}}$$

Demostración:

$$(x + a)\ (x + b) = x^2 + ab + bx + ax = x^2 + ab + (a + b)\ x = x^2 + (a + b)\ x + ab$$

Veamos un ejemplo explicativo:

Tenemos la expresión algebraica

$x^2 + 9x + 14$

Obtenida del producto entre (x + 2) (x + 7)

¿Cómo llegamos a la expresión?

a) El cuadrado del término común es (x)(x) **=** $\mathbf{x^2}$

b) La suma de términos no comunes multiplicada por el término común es (2 + 7) x **= 9x**

c) El producto de los términos no comunes es (2) (7) **= 14**

Así, tenemos:

$\mathbf{x^2 + 9x + 14 = (x + 2)\,(x + 7)}$

Entonces, para entender de lo que hablamos, cuando nos encontramos con una expresión de la forma $\mathbf{x^2 + (a + b)\,x + ab}$ debemos identificarla de inmediato y saber que podemos **factorizarla** como **(x + a) (x + b)**

Producto de dos binomios con un término común, de la forma

$$\boxed{\mathbf{x^2 + (a - b)x - ab = (x + a)\,(x - b)}}$$

Demostración:

$$(x+a)\ (x-b) = x^2 - ab - bx + ax = x^2 - ab + (a-b)\ x = x^2 + (a-b)\ x - ab$$

Entonces, para entender de lo que hablamos, cuando nos encontramos con una expresión de la forma $\mathbf{x^2 + (a - b)\ x - ab}$ debemos identificarla de inmediato y saber que podemos **factorizarla** como $\mathbf{(x + a)\ (x - b)}$.

Producto de dos binomios con un término común, de la forma

$$\boxed{x^2 - (a + b)x + ab = (x - a)\ (x - b)}$$

Demostración:

$$(x-a)\ (x-b) = x^2 - ab - bx - ax = x^2 - ab - (a+b)\ x = x^2 - (a+b)\ x - ab$$

Entonces, para entender de lo que hablamos, cuando nos encontramos con una expresión de la forma $\mathbf{x^2 - (a + b)x + ab}$ debemos identificarla de inmediato y saber que podemos **factorizarla** como $\mathbf{(x - a)\ (x - b)}$.

Producto de dos binomios con un término común, de la forma

$$\boxed{mnx^2 + ab + (mb + na)x = (mx + a)\ (nx + b)}$$

En este caso, vemos que el **término común (x)** tiene distinto coeficiente en cada binomio **(mx y nx)**.

Demostración:

$$(mx+a)\ (nx+b) = mnx^2 + ab + mbx + nax = mnx^2 + ab + (mb+na)\ x = mnx^2 + (mb+na)\ x + ab$$

Entonces, para entender de lo que hablamos, cuando nos encontramos con una expresión de la forma $\mathbf{mnx^2 + ab + (mb + na)\ x}$ debemos identificarla de inmediato y saber que podemos **factorizarla** como $\mathbf{(mx + a)\ (nx + b)}$.

Cubo de una suma

$$\boxed{a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a + b)^3}$$

Entonces, para entender de lo que hablamos, cuando nos encontramos con una expresión de la forma $\mathbf{a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3}$ debemos identificarla de inmediato y saber que podemos **factorizarla** como $\mathbf{(a + b)^3}$.

Cubo de una diferencia

$$\boxed{a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = (a - b)^3}$$

Entonces, para entender de lo que hablamos, cuando nos encontramos con una expresión de la forma $\mathbf{a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3}$ debemos identificarla de inmediato y saber que podemos **factorizarla** como $\mathbf{(a - b)^3}$.

A modo de resumen, se entrega el siguiente cuadro con Productos notables y la expresión algebraica que lo representa:

Producto notable		Expresión algebraica	Nombre
$(a + b)^2$	=	$a^2 + 2ab + b^2$	**Binomio al cuadrado**
$(a + b)^3$	=	$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	**Binomio al cubo**
$a^2 - b^2$	=	$(a + b)(a - b)$	**Diferencia de cuadrados**
$a^3 - b^3$	=	$(a - b)(a^2 + b^2 + ab)$	**Diferencia de cubos**
$a^3 + b^3$	=	$(a + b)(a^2 + b^2 - ab)$	**Suma de cubos**
$a^4 - b^4$	=	$(a + b)(a - b)(a^2 + b^2)$	**Diferencia cuarta**
$(a + b + c)^2$	=	$a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$	**Trinomio al cuadrado**

Producto de dos binomios de la forma: (x+a)(x+b)

CARACTERÍSTICAS DEL PRODUCTO: $(x \pm a)(x \pm b)$

- El primer término de cada binomio es la misma letra x, y representa una cantidad desconocida.
- Los segundos términos de los binomios son cantidades diferentes y representan cantidades conocidas: $a \neq b$.

Tenemos la multiplicación de monomios $(x\pm2)(x\pm4)$. Esta multiplicación la podemos representar en cuatro productos,:

$(x+2)(x+4)$
$(x+2)(x-4)$
$(x-2)(x+4)$
$(x-2)(x-4)$

Como ya sabes multiplicar polinomios, resuelve las multiplicaciones para demostrar que los resultados son:

$(x+2)(x+4) = x^2+6x+8$
$(x+2)(x–4) = x^2–2x–8$
$(x–2)(x+4) = x^2+2x+8$
$(x–2)(x–4) = x^2–6x+8$

El resultado del producto notable $(x±a)(x±b)$ **siempre es igual a un trinomio cuyos términos son:**

1° Término: El producto de los primeros términos del binomio $(x)(x)=x^2$.

2° Término: ± La suma algebraica de los segundos términos del binomio y como parte literal el primer término: $(±a ±b) x$.

3° Término: ± El producto de los segundos términos del binomio $(±a) (±b)$.

Ejemplos:

Resolver: $(x–2) (x+5)$

Es un producto notable cuyo resultado es el trinomio:
1° Término: $(x)(x) = x^2$
2° Término: $(–2+5)x = +3$
3° Término: $(–2)(+5) = –10$

Respuesta: $x^2+3x–10$

Resolver: $(x+6) (x–4)$

Es un producto notable cuyo resultado es el trinomio:
1° Término: $(x) (x) = x^2$
2° Término: $(+6–4) x = +2x$
3° Término: $(+6) (–4) = –24$

Respuesta: $x^2+2x–24$

Producto de dos binomios de la forma:

$$(x±a)(y±b)$$

CARACTERÍSTICAS DEL PRODUCTO: $(x ± a) (y ± b)$

- Todas **las cantidades** son diferentes.
- Los primeros términos de cada binomio x y y representan cantidades desconocidas.
- Los segundos términos de los binomios a y b representan cantidades conocidas.

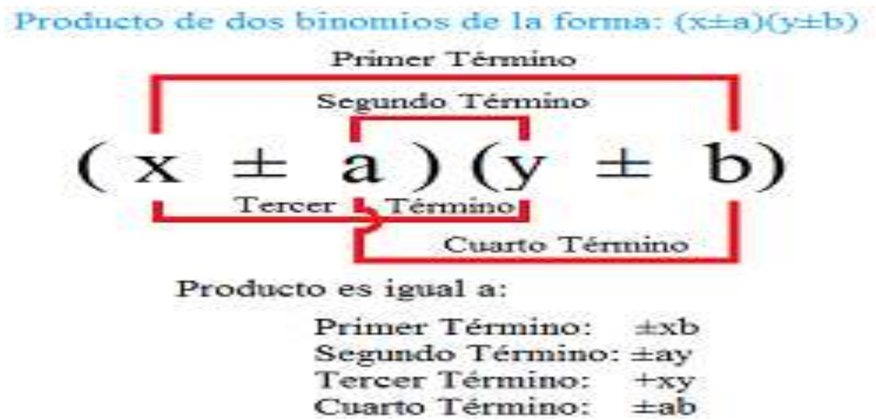
Tenemos la multiplicación de monomios (x±2)(y±4). Esta multiplicación la podemos representar en cuatro productos:

(x+2)(y+4)
(x+2)(y–4)
(x–2)(y+4)
(x–2)(y–4)

Como ya sabes multiplicar polinomios, resuelve las multiplicaciones para demostrar que los resultados son:

(x+2)(y+4) = 4x+2y+xy+8
(x+2)(y–4) = –4x+2y+xy–8
(x–2)(y+4) = 4x–2y+xy–8
(x–2)(y–4) = –4x–2y+xy+8

Hemos graficado el producto de(x±a)(y±b) para entenderlo mejor.



Ejemplos:

Resolver: (x–2)(y+4)

Es un producto notable cuyo resultado es:
1° Término: "Los extremos" = +4x
2° Término: "Los medios" = –2y
3° Término: Los primeros términos de cada binomio = +xy
4° Término: Los segundos términos de cada binomio = –8

Luego se ordenan.

Respuesta: $4x+xy-2y-8$

Resolver: $(5x+4)(2x-6)$

Es un producto notable cuyo resultado es:
1° Término: "Los extremos" = $-30x$
2° Término: "Los medios" = $+8x$
3° Término: Los primeros términos de cada binomio = $+10x^2$
4° Término: Los segundos términos de cada binomio = -24

Luego se ordenan: $+10x^2-30x+8x-24$; y en este caso, se reducen términos semejantes.

Recomendación: Tener siempre cuidado con la aplicación de los signos.

Respuesta: $10x^2-22x-24$

Ejercicios Resueltos:

---

1. **Hallar:** $(m+4)^2$

Producto Notable: Cuadrado de la suma de un binomio.

Solución:
$(m)^2 +2(m)(4) +(4)^2 = +m^2 +8m +16$

R.: $m^2+8m+16$

---

2. **Hallar:** $(4a+5b^2)^2$

Producto Notable: Cuadrado de la suma de un binomio.

Solución:
$(4a)^2 +2(4a)(5b^2) +(5b^2)^2 = +16a^2 +40ab^2 +25b^4$

R.: $16a^2+40ab^2+25b^4$

---

3. **Hallar:** $(3a^2+5x^3)^2$

Producto Notable: Cuadrado de la suma de un binomio.

Solución:
$(3a^2)^2 +2(3a^2)(5x^3) +(5x^3)^2 = +9a^4 +30a^2x^3 +25x^6$

R.: $9a^4+30a^2x^3+25x^6$

---

4. **Hallar:** $(7ax^4+9y^5)(7ax^4+9y^5)$

Producto Notable: Cuadrado de la suma de un binomio.

Solución:
$(7ax^4)^2 +2(7ax^4)(9y^5) +(9y^5)^2 = +49a^2x^8 +126ax^4y^5 +81y^{10}$

R.: $49a^2x^8+126ax^4y^5+81y^{10}$

---

5. **Hallar:** $(x–5)^2$

Producto Notable: Cuadrado de la diferencia de un binomio.

Solución:
$(x)^2 –2(x)(5) +(5)^2 = +x^2 –10x +25$

R.: $x^2–10x+25$

---

6. **Hallar:** $(4a^2–3b^3)^2$

Producto Notable: Cuadrado de la diferencia de un binomio.

Solución:
$(4a^2)^2 –2(4a^2)(3b^3) +(3b^3)^2 = +16a^4 –24a^2b^3 +9b^6$

R.: $16a^4–24a^2b^3+9b^6$

---

7. **Hallar:** $(a+x)(a–x)$

Producto Notable: Suma por la diferencia de dos cantidades.

Solución:
$(a)^2 –(x)^2$

R.: $a^2–x^2$

---

8. **Hallar:** $(2a+3b)(2a–3b)$

Producto Notable: Suma por la diferencia de dos cantidades.

Solución:
$(2a)^2 –(3b)^2$

R.: $4a^2–9b^2$

---

9. **Hallar:** $(5a^{n+1}+3a^m)(3a^m–5a^{n+1})$

Aparentemente, parece no ser un producto notable, pero, si cambiamos de posición los términos del multiplicando, tendremos:

$(3a^m+5a^{n+1})(3a^m–5a^{n+1})$

Producto Notable: Suma por la diferencia de dos cantidades.

Solución:
$(3a^m)^2 –(5a^{n+1})^2$

R.: $9a^{2m}–25a^{2n+2}$

---

10. **Hallar:** $(x+y+z)(x–y–z)$

Estos trinomios los podemos convertir en el producto de la suma por la diferencia de dos cantidades, de la siguiente manera:

$[x+(y+z)][x–(y+z)]$
Al encerrar un término entre paréntesis precedido por el signo –, los términos cambian de signo.

Producto Notable: Suma por la diferencia de dos cantidades.

Solución:
$(x)^2 –(y+z)^2$ Se resuelve el segundo término que es un producto notable.
$(x)^2 –(y+z)^2 = x^2–(y^2+2yz+z^2) = x^2–y^2–2yz–z^2$

R.: $x^2–y^2–2yz–z^2$

---

11. **Hallar:** $(2x+3y–4z)(2x–3y+4z)$

Estos trinomios los podemos convertir en el producto de la suma por la diferencia de dos cantidades, de la siguiente manera:

$[2x+(3y–4z)][2x–(3y–4z)]$
Al encerrar un término entre paréntesis precedido por el signo –, los términos cambian de signo.

Producto Notable: Suma por la diferencia de dos cantidades.

Solución:
$(2x)^2 –(3y–4z)^2$ Se resuelve el segundo término que es un producto notable. $(2x)^2 –(3y–4z)^2 = 4x^2–(9y^2–24yz+16z^2) = 4x^2–9y^2+24yz+16z^2$

R.: $x^2–y^2–2yz–z^2$

---

12. **Hallar:** $(m+1)^3$

Producto Notable: Cubo de la suma de un binomio.

Solución:
$(m)^3 +3(m)^2(1) +3(m)(1)^2 +(1)^3$

R.: m^3+3m^2+3m+1

---

13. **Hallar:** $(n–1)^3$

Producto Notable: Cubo de la diferencia de un binomio.

Solución:
$(n)^3 –3(n)^2(1) +3(n)(1)^2 –(1)^3$

R.: $n^3–3n^2+3n–1$

---

14. **Hallar:** $(4y+5)^3$

Producto Notable: Cubo de la suma de un binomio.

Solución:
$(4y)^3 +3(4y)^2(5) +3(4y)(5)^2 +(5)^3$

R.: $64y^3+240y^2+300y+125$

---

15. **Hallar:** $(x^2–3y)^3$

Producto Notable: Cubo de la diferencia de un binomio.

Solución:
$(x^2)^3 - 3(x^2)^2(3y) + 3(x^2)(3y)^2 - (3y)^3$

R.: $x^6 - 9x^4y + 27x^2y^2 - 27y^3$

---

16. **Hallar:** $(x+7)(x-2)$

Producto Notable: Multiplicación de dos binomios de la forma: $(x \pm a)(x \pm b)$.

Solución:
$(x)^2 \pm (7-2)x \pm (7)(-2) = x^2 + 5x - 14$

R.: $x^2 + 5x - 14$

---

17. **Hallar:** $(m-7)(m-6)$

Producto Notable: Multiplicación de dos binomios de la forma: $(x \pm a)(x \pm b)$.

Solución:
$(m)^2 \pm (-7-6)m \pm (-7)(-6) = m^2 - 13m + 42$

R.: $m^2 - 13m + 42$

---

18. **Hallar:** $(m-11)(m+9)$

Producto Notable: Multiplicación de dos binomios de la forma: $(x \pm a)(x \pm b)$.

Solución:
$(m)^2 \pm (-11+9)m \pm (-11)(9) = m^2 - 2m - 99$

R.: $m^2 - 2m - 99$

COCIENTES NOTABLES

Se llaman cocientes notables a las divisiones rápidas. Los cocientes se obtienen directamente sin efectuar la división. Los cocientes notables son cocientes exactos.

CASO 1:
Cociente de la diferencia de potencias iguales entre la diferencia de sus bases.(-/-)

La diferencia de dos potencias de exponentes iguales, pares o impares, siempre ES DIVISIBLE entre la diferencia de sus bases. Se siguen los siguientes pasos:

1. Existirá un número de términos igual al exponente de los términos del dividendo y todos serán positivos.

2. En cada término se multiplica el término de la izquierda por el término de la derecha de la expresión dada.

3. En el primer término el factor de la izquierda tendrá un exponente igual al del dividendo disminuido en uno, y el factor de la izquierda tendrá un exponente de cero.

4. Para los exponentes de los demás términos: El término de la izquierda disminuye una unidad, y los de la derecha aumentan también una unidad (si se suman los exponentes de los dos términos siempre será igual a n-1).

Ejemplos:

$$\frac{x^5-y^5}{x-y}=x^4+x^3y+x^2y^2+xy^3+y^4$$

$$\frac{128x^7-m^7}{2x-m}=(2x)^6(m)^0+(2x)^5(m)^1+(2x)^4(m)^2+(2x)^3(m)^3+(2x)^2(m)^4+(2x)^1(m)^5+(2x)^0(m)^6$$

$$\frac{128x^7-m^7}{2x-m}=64x^6+32x^5m^1+16x^4m^2+8x^3m^3+4x^2m^4+2xm^5+m^6$$

CASO 2:

Suma de potencias iguales impares entre la suma de sus bases.(+/+)

La suma de potencias de exponentes iguales impares siempre es divisible exactamente entre la suma de sus bases. Se estructura igual que el anterior con la siguiente diferencia en el paso uno.

El primer factor del resultado será positivo, el segundo negativo y así seguirán alternándose hasta el último término.

Ejemplos:

$$\frac{x^7+y^7}{x+y}=x^6-x^5y+x^4y^2-x^3y^3+x^2y^4-xy^5+y^6$$

$$\frac{32x^5+243y^5}{2x+3y}=(2x)^4(3y)^0-(2x)^3(3y)^1+(2x)^2(3y)^2-(2x)^1(3y)^3+(2x)^0(3y)^4$$

$$\frac{32x^5+243y^5}{2x+3y}=16x^4-24x^3y+36x^2y^2-54xy^3+81y^4$$

CASO 3:

Diferencia de potencias iguales pares entre la suma de sus bases.(-/+)

La diferencia de potencias de exponentes iguales pares siempre es divisible exactamente entre la suma de sus bases. Se estructura exactamente igual que el anterior sin diferencias.

$$\frac{x^8 - y^8}{x + y} = x^7 - x^6y + x^5y^2 - x^4y^3 + x^3y^4 - x^2y^5 + xy^6 - y^7$$

$$\frac{16x^8 - 625y^4}{2x^2 + 5y} = (2x^2)^3(5y)^0 - (2x^2)^2(5y)^1 + (2x^2)^1(5y)^2 - (2x^2)^0(5y)^3$$

$$\frac{16x^8 - 625y^4}{2x^2 + 5y} = 8x^6 - 20x^4y + 50x^2y^2 - 125y^3$$

Ejemplos:

IMPORTANTE: Si tenemos una suma de potencias iguales pares NUNCA será divisible exactamente entre la suma de sus bases, TAMPOCO lo será la diferencia de potencias iguales impares entre la suma de sus bases.

El Teorema del residuo

Generalmente cuando un polinomio es dividido entre un binomio hay un residuo.

Considere la función polinomial $f(x) = x^2 - 8x + 6$. Divida el polinomio entre el binomio $x - 2$.

Podemos realizar la división en cualquier método.

Método 1: División larga

$$\begin{array}{r|l}
 & x-6 \\ \hline
x-2 & x^2-8x+6 \\
 & \underline{x^2-2x} \\
 & \quad -6x+6 \\
 & \quad \underline{-6x+12} \\
 & \qquad\quad -6
\end{array}$$

El residuo es -6.

Método 2: División sintética

$$\begin{array}{c|ccc}
2 & 1 & -8 & 6 \\
 & & 2 & -12 \\ \hline
 & 1 & -6 & \boxed{-6}
\end{array}$$

El residuo es -6.

Ahora compare el residuo de -6 en $f(2)$.

$$
\begin{aligned}
f(2) &= (2)^2 - 8(2) + 6 \\
&= 4 - 16 + 6 \\
&= -6
\end{aligned}
$$

Dese cuenta que el valor de f (2) es el mismo que el residuo cuando el polinomio es dividido entre el binomio x - 2. Esto ilustra el teorema del residuo.

Si un polinomio f (x) es dividido entre x - a , el residuo es la constante f (a), y $f(x) = q(x) \cdot (x - a) + f(a)$, donde q (x) es un polinomio con un grado menor que el grado de f (x).

En otras palabras, el dividendo es igual al cociente por el divisor más el residuo.

La división sintética es un proceso más sencillo para dividir un polinomio entre un binomio. Cuando es utilizada la división sintética para evaluar una función, es llamada la sustitución sintética.

RESOLUCION DE ECUACIONES ENTERAS DE PRIMER GRADO CON UNA INCÓGNITA:

Generalmente para resolver este tipo de ecuaciones se siguen los siguientes pasos:

1) Se hace la transposición de términos, reuniendo en el primer miembro (izquierda) los términos que contengan la incógnita y en el otro miembro (derecho) todas las cantidades conocidas.

2) Se reducen los términos semejantes en cada miembro.

3) Se despeja la incógnita.

Ejemplo 1: Resolver la ecuación **5X = 8X – 15**

Se hace la transposición de términos, reuniendo en el primer miembro (izquierda) los términos que contengan la incógnita y en el otro miembro (derecho) todas las cantidades conocidas. Recordar el cambio del signo de los términos que se pasen de un lado al otro.

5X **– 8X** = – 15

Se reducen los términos semejantes en cada miembro.

– 3X = – 15

Se despeja la incógnita.

Toda la operación se muestra a continuación:

VERIFICACION:

La verificación es la prueba de que el valor obtenido para la incógnita es correcto.

La verificación se realiza sustituyendo en los dos miembros de la ecuación dada la incógnita por el valor obtenido, y si éste es correcto, la ecuación dada se convertirá en identidad.

Así, en la ecuación anterior, haciendo “X = 5” en la ecuación dada tenemos:

5(5) = 8(5) – 15; 25 = 40 – 15 ; **15 = 15**

Ejemplo 2: Resolver la ecuación **4X + 1 = 2**

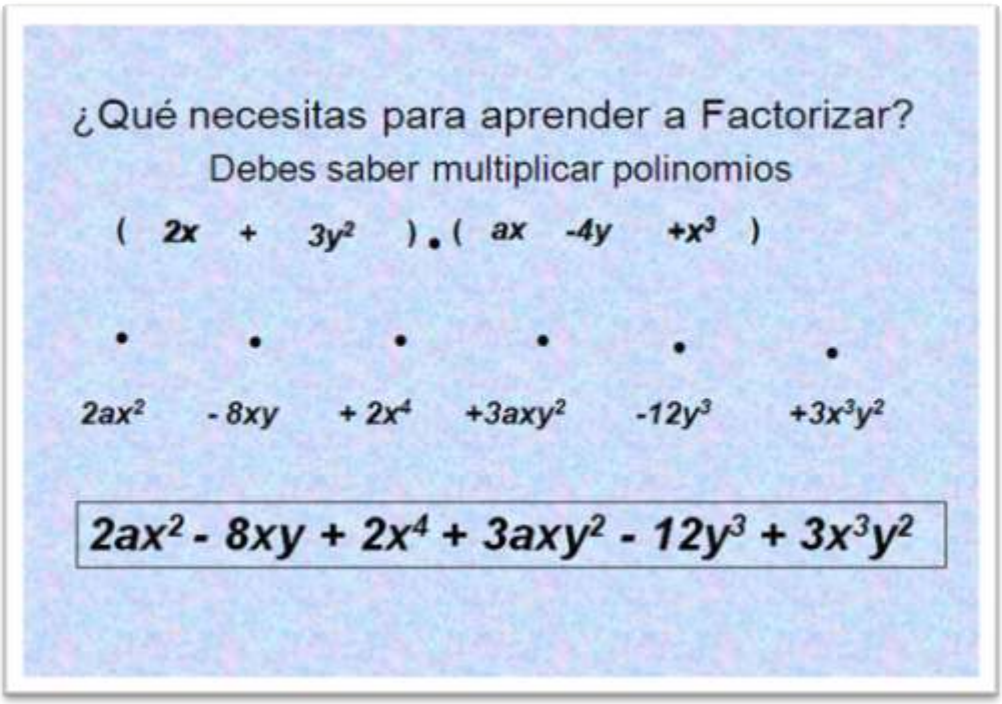
Se hace la transposición de términos, reuniendo en el primer miembro (izquierda) los términos que contengan la incógnita y en el otro miembro (derecho) todas las cantidades conocidas. Recordar el cambio del signo de los términos que se pasen de un lado al otro.

4X = 2 – **1**

Se reducen los términos semejantes en cada miembro.

4X = 1

FACTORIZACIÓN



Debes saber Potencias:

¿Qué significa cada número en la Potencia?

$$M^n = \underbrace{M \cdot M \cdot M \cdot M \cdot M \cdot M \cdot M \ldots \cdot M}_{n \text{ Veces}}$$

Multiplicar Potencias

$$2ax^2 \cdot 6bx^7 = 2 \cdot 6 \cdot ax^2 \cdot bx^7 = 12abx^9$$

Dividir Potencias

$$2ax^2 : 6bx^7 = \frac{2ax^2}{6bx^7} = \frac{a}{3bx^5}$$

¿Qué significa Factorizar?

Escribir una expresión Algebraica como multiplicación de factores Simples.

FACTOR COMÚN MONOMIO:

- Factorizar Números:

$$4ay^2 + 6bx^7 = 2 \; (2ay^2 + 3bx^7)$$

M.C.D.

¡Para Verificar la Factorización se deben multiplicar los polinomios!

Divisores del 4: 1, $\boxed{2}$, 4
Divisores del 6: 1, $\boxed{2}$, 3, 6

FACTOR COMÚN MONOMIO:

- Factorizar Números: Fracciones

$$\frac{4ay^2}{15} + \frac{6bx^7}{25} = \frac{2}{5} \; (2ay^2 + 3bx^7)$$

M.C.D.

¡Para Verificar la Factorización se deben multiplicar los polinomios!

Divisores del 4: 1, $\boxed{2}$, 4
Divisores del 6: 1, $\boxed{2}$, 3, 6

Numeradores

Divisores del 15: 1, 3, $\boxed{5}$, 15
Divisores del 25: 1, $\boxed{5}$, 25

Denominadores

FACTOR COMÚN MONOMIO:

- Factorizar letras:

$$x^3y^2 + yx^7 = \qquad (y + x^4)$$

$$x^3 \qquad y$$

¡Para Verificar la Factorización se deben multiplicar los polinomios!

M.C.D.: Corresponde al de menor exponente

FACTOR COMÚN POLINOMIO:

Muy parecido al anterior pero ahora factorizaremos por un polinomio

$$(x + 2y)^3y^2 + y(x + 2y)^7 = \qquad \left[y + (x + 2y)^4\right]$$

$$(x + 2y)^3 \qquad y$$

¡Para Verificar la Factorización se deben multiplicar los polinomios!

M.C.D.: Corresponde al de menor exponente

COMBINEMOS LO QUE HEMOS VISTO

Ejemplo 1:

Otra Forma de entender lo mismo

$$18a^3x^4 + 24a^5x^2 + 12x^3a^7 =$$

También significa $18aaaxxxx \quad 24aaaaaxx \quad 12xxxaaaaaaa$

6	a^3	x^2
Un Número que divida a todos m.c.d	*De los términos sacamos a^3*	*De los términos sacamos x^2*
El Más Grande		

$$\left(3x^2 + 4a^2 + 2xa^4\right)$$

Observa que la expresión del paréntesis no se puede seguir FACTORIZANDO

COMBINEMOS LO QUE HEMOS VISTO

Ejemplo 2:

$$12(a - b)^3(x + y)^4 \quad + \quad 6(y + x)^2(a - b)^7 =$$

$$6 \qquad (a - b)^3 \qquad (y + x)^2$$

$$\left(2(x + y)^2 \;+ (a - b)^4\right)$$

Factor Común por agrupación de términos

Aquí utilizaremos el caso anterior, adicionando que uniremos los factores que se parezcan, es decir, los que tengan un factor común. Ejemplo:

$$ax + bx + ay + by = (ax + bx) + (ay + by)$$

$$= x(a + b) + y(a + b)$$

$$= (a + b)(x + y)$$

Trinomio Cuadrado Perfecto

Un Trinomio Cuadrado Perfecto, por brevedad TCP, es un polinomio de tres términos que resulta de elevar al cuadrado un binomio.

Es un trinomio cuadrado perfecto ya que

Siendo la regla: El cuadrado del primero mas el doble del primer por el segundo termino mas el cuadrado del segundo término. De lo anterior resulta que un trinomio será cuadrado perfecto siempre que se cumplan las siguientes condiciones:

1. El polinomio pueda ser ordenado en potencias descendentes de una variable.

2. Dos de los términos son cuadrados perfectos.

3. El otro término es el doble producto de las raíces cuadradas de los demás.

4. El primer y tercer término deben de tener el mismo signo

Un trinomio cuadrático general de la forma ax^2+bx+c es un TCP si se cumple que el discriminante es cero, es decir, que la cantidad b^2-4ac es siempre igual a 0.

Donde las mismas reglas explicadas anteriormente aplican.

Formula:

$$a^2 + 2ab + b^2$$

Para convertir un binomio en un Trinomio Cuadrado Perfecto, es necesario aplicar la siguiente formula, la primera cantidad elevada al cuadrado mas 2 veces la primera cantidad por la segunda más la segunda cantidad elevada al cuadrado.

Combinación de cuadrado perfecto y diferencia de cuadrados.

Algunos polinomios pueden ser expresados como diferencia de cuadrados si se agrupan convenientemente los términos que formen cuadrados perfectos.

Procedimiento:

- Una vez agrupados los términos se procede a resolver el grupo correspondiente al Trinomio Cuadrado Perfecto
- Se obtienen 2 términos elevados al cuadrado cada uno en una operación de diferencia.
- La diferencia de los cuadrados obtenidos se descompone en el producto de la suma por la diferencia de las bases de estos cuadrados.
- Resolver los grupos obtenidos para agruparlos correctamente.

Ejemplos:

<table>
<tr><td colspan="2" align="center">Factorizar:
$a^2 + 2ab + b^2 - 25m^2$</td></tr>
<tr><td>$= (a^2 + 2ab + b^2) - 25m^2$
$= (a + b)^2 - 25m^2$
$= (a + b + 5m)(a + b - 5m).$</td><td>• Ordenar los términos en referencia a los casos de Trinomio Cuadrado Perfecto y Diferencia de Cuadrados
• Factorar el Trinomio y aplicar la resolución como al trabajar con Diferencia de cuadrados
• Obtener la Solución</td></tr>
<tr><td colspan="2" align="center">Factorizar:
$a^2-x^2-y^2 + 2xy$</td></tr>
<tr><td colspan="2">$a^2 - (x^2 - 2xy + y^2)$
$a^2 - (x - y)^2$
$(a + x - y)(a - x + y).$</td></tr>
</table>

Diferencia de cuadrados:
Para esto debemos tener en cuenta que un binomio es una diferencia de cuadrados siempre y cuando los términos que la componen tengan diferentes signos y ambos términos tengan raíz cuadrada exacta, se factoriza así:

$$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$$

Suma o diferencia de potencias iguales: *Para solucionar este caso debes tener en cuenta los conocimientos adquiridos sobre cocientes notables, es decir: donde n pertenece a z;*

$$a^n - b^n/a - b$$

Si n es par y

$$a^n - b^n/a + b$$

Si n es impar

$$a^n + b^n/a + b$$

Se factoriza así: si n pertenece a z

$$a^n - b^n = (a - b)(a^n - 1 + a^n - 2b + a^n - 3b^2 + ... + a^n - nb^n - 1)$$

Si n es par

$$a^n - b^n = (a + b)(a^n - 1 - a^n - 2b + a^n - 3b^2 - ... - a^n - nb^n - 1)$$

Si n es impar

$$a^n + b^n = (a + b)(a^n - 1 - a^n - 2b + a^n - 3b^2 - ... + a^n - nb^n - 1)$$